

ピンク色の人工甘味料入りの溶液ですすぐと、走るスピードが向上する のか？

対応のある 2 標本平均値の差の検定：シミュレーションに基づくアプローチ

第 1 部：ペアデータ（対応のある標本）の設定

学習目標

- 研究デザインを考える際に、研究で用いるデータが対になるグループか独立したグループかを識別できる。
- 研究デザインを考える際に、研究で用いるデータが反復測定によるペアか、マッチングによるペアかを識別できる。

ランニング中に炭水化物溶液で口をすすぐだけで、パフォーマンスが向上することが示されている。研究者のブラウンら（2021 年）は、このようなすすぎにプラセボ効果があるかどうかを確かめようとした。これまでの研究で、ピンク色は甘味をより強く感じることを示されているため、溶液をピンク色に染めた場合、透明な溶液と比較して、プラセボ効果がより大きくなるかどうか確かめてみた。参加者にランニングマシンで走ってもらい、30 分間でどれだけの距離を走れるかを測定することを計画した。

この問題を調査するための研究計画について考える。

1. この研究における説明変数と目的変数を特定せよ。
2. この問題を調査するために観察研究を用いることはおそらく不可能であろう。その理由を説明せよ。また、観察研究が可能であったとしても、ピンク色の溶液の方がより大きな効果があったかどうかを判断するのが難しいのはなぜかも説明せよ。
3. 20 人のランナーがこの実験に参加することを志願したとする。また、各ランナーにピンク色か透明な溶液を 1 つずつ割り当てる予定だとすると、ランナーが使用する溶液はどのように決定すると、この問題を調査出来るか？



これらの資料は STUB ネットワークによって開発され、NSF- DBI 1730668 助成金の下、全米科学財団の支援を受けています。これらの資料は、クリエイティブ・コモンズ・ライセンス BY-NC のもと、非営利目的に限り、また STUB ネットワークへの帰属が明記されている場合に限り、利用者が資料を配布、翻案、構築することを許可されています。

実験デザインとしては、20人のランナーのうち10人にピンク色の溶液を、残りの10人に透明な溶液をランダムに割り当てることが考えられる。

4. あるランナーは他のランナーより速い。この研究においてランナーのスピードが交絡変数になる可能性とならないようにするために、無作為割付けがランナーのスピードの違いをどのように制御しているか説明せよ。

無作為割り当ては、2つのグループ間の他の変数（自然なスピードなど）のバランスをとる傾向があるとはいえ、速いランナーのほとんどが一方のグループに、遅いランナーのほとんどがもう一方のグループに入ってしまう可能性がある。さらに重要なことは、ランナーのスピードにはかなりのばらつきがある可能性がある。つまり、そのばらつきによって、ある溶液を飲む効果が他の溶液を飲む効果よりも本当に優れていたとしても、2つの溶液の違いを見つけることが難しくなる。

5. ランナーのスピードが2つのグループの間で完全に均衡するように、別の実験の実施方法を提案せよ。

定義

- **ペアデザイン**では、目的変数の値は各グループから1つずつ、ペアで設定する。ペアは、2人1組のグループを作るために個人をマッチングさせることから生まれることもあれば、同じ個人を各条件下で2回測定することから生まれることもある。
- **独立群デザイン**では、それぞれの標本に含まれる対象が互いに無関係であり、各個人が提供する目的変数の値は1つだけである。

この研究では、各ランナーは両方の溶液で口をすすぐことができる。そうすることで、一方の処置で速い（または遅い）ランナーが多くなることはなく、また各ランナーの距離の差のデータは、ランナー個々の走破距離そのものよりもはるかにばらつきが小さくなることが期待できる。

6. この実験のどの要素を無作為に決定すべきか、説明せよ。（ヒント：処置は無作為には決定されない。なぜなら各ランナーは両方の処置を経験するからである。しか

し、他のどのような要因が無作為でない限り、反応に影響を及ぼす可能性はあるかを考えよ。)

7. このペアデザイン実験で分析する変数として何を使うことを提案するか、答えよ。
(ヒント：#3 と#4 で説明したような独立群計画で行うように、ピンク色の溶液を使った距離の集合と、透明な溶液を使った距離の集合を別々に分析するよりも、より良い選択肢を考えてみる とよい。)

ペアデザインでは、2つの処置間の反応の差を分析する。この場合、ピンク色の溶液を使用した場合と透明な溶液を使用した場合の各ランナーの走行距離の差を計算し分析する。

参加者が2つの溶液を使用する順番は、ランダムに決めるべきである。そうでなければ、順番が交絡変数になる可能性がある。例えば、一般的にランナーは最初のセッションで遅くなり、2回目で速くなる、あるいはその逆かもしれない。順番をランダムにすることで、順番効果に関する懸念を取り除くことができる。

8. これまでのところ、この研究のために3つのデザインを検討してきた。1つ目 (#2) は観察研究である。2つ目 (#3 と#4) は、独立群による無作為化実験である。3つ目 (#5 と#6) は、反復測定によって作成されたペアを用いたペアデザインである。ここで、次に4番目の計画について考えてみる：先ほどと同じように20人のランナーがいて、各ランナーの最近の5 km レースタイムがわかったとしよう。この情報を使って、どのようにランナーのペアを作り、どのように各ペアの1人をピンク色の溶液に、もう1人を透明な溶液に割り当てるかを説明せよ。(この方法はマッチングを用いたペア・デザインと呼ばれる。)

9. 4つのデザイン (独立群を用いた観察デザイン、独立群を用いた実験デザイン、反復測定を用いたペアデザイン、マッチングを用いたペアデザイン) のうち、どれがこの文脈に最も適していると思うか。また、その理由を説明せよ。(ヒント: ペアリングは、ペアの個体ができるだけ互いに似ている場合に最も効果的である。)

第2部：ペアデータ解析のためのシミュレーションに基づく推論アプローチ

学習目標

- 研究デザインの観点から、独立標本と対になった標本の違いを理解する。また、対になったデザインではどのようにばらつきが小さくなるのかを理解する。そして、またこのことがエビデンスの強さにどのように影響するのかを理解する。
- 適切な仮説を立て、観察された統計量を決定し、p-値を計算し、適切な結論を出すことによって、シミュレーションに基づくペアデザインの仮説検定を実行する。

ステップ1：リサーチ・クエスチョンを形成する

シミュレーションに基づく推論アプローチを使って、ペアデータの分析方法を考える。研究課題は、透明な溶液と比較して、溶液をピンク色に染めた場合に効果が異なるかどうかを確認することである。これまでの研究で、ランナーはピンク色の溶液をより甘いと感知することが示されており、その溶液を使うとより遠くまで走れる可能性がある。しかし、研究者たちは、ピンク色が逆効果になる可能性もあると考えている。

ステップ2：研究を計画し、データを収集する

研究者のブラウンら（2021年）は、研究のために10人の参加者（男性6人、女性4人）を募集した。参加者は全員、定期的に週3回以上走る経験豊富なランナーであった。参加者は検査を受ける24時間前から激しい運動、アルコールとカフェインの摂取を控えた。参加者はテストを受ける4時間前から食事を摂らなかった。参加者は最初のセッションの前に、運動中の炭水化物洗口の効果を示すビデオを見た。さらに、参加者は2種類の市販のスポーツドリンクを比較すると聞かされていた（これはプラセボ効果を検証するための嘘の情報である）。

ノンカロリーの人工甘味料（スクラロース 0.12g を水 500ml に溶かしたもの）を各ランナーに2種類ずつ用意した。一方はピンク色に染め、もう一方は透明のままとした。ウォームアップの後、各ランナーにはランニングマシンで30分間、運動強度15（6～20段階）を維持しながら自分で選んだペースで走るよう指示した。ここで、運動強度15は参加者にとって「困難」な運動強度とみなされる。

ランナーたちは、ランダムに指定された25mlの溶液（ピンク色または透明）で5秒間口をすすいでから吐き出した。これをランニング中5分ごとに繰り返した。1週間後、参加者全員が再びこの手順を繰り返したが、最初に割り当てられたものとは別の色（ピンク色または透明）の溶液ですすいだ。各参加者が30分間走った距離（メートル単位で測定）が、それぞれのランニングについて記録され、以下の表に示されている。

参加者	ピンク色溶液距離 (m)	透明清液距離 (m)
1	4105	3483
2	4361	3862
3	4105	4172
4	4828	4758
5	4845	4791
6	4845	4995
7	5205	5062
8	5912	5443
9	5827	5702
10	6440	6086

10. 各ランナーについて収集した2つの距離を独立したデータと見なさない理由を説明せよ。

11. ここで行われたペアリングは、マッチングに基づくものであるか、反復測定に基づくものであるかのどちらかを答えよ。また、そのように答えた理由を説明せよ。

12. データ表から、透明な溶液を使った距離は小さい値から大きい値へと並んでいる。ピンク色の溶液を使った場合の距離の並び方について何か気づいたことを述べよ。また、このデータから、ペアリングの利点について何がわかるか、説明せよ。

データは対になっているので、2つの解の距離の差を計算することで、各ランナーの2つの距離を比較する。したがって、注目する母数（パラメータ）を次のように定義することができる。

μ_d = ピンク色の溶液と透明の溶液ですすいだときの走行距離の母平均差（ピンク色-透明）

μ_d の添え字 "d" は、"difference"（差）の平均を見ていることを示すために使われていることに注意せよ。

13. μ_d を用いて、走距離の平均差が0でないかどうかを検定するための帰無仮説と対立仮説を述べよ。(注：両側検定を使用する)

キーポイント

母数（パラメータ）は**母平均差**の場合、対応する統計量は**標本平均差**である。

ステップ3：データを調べる

14. 2つの距離の差の平均を求めよ（ピンク色-透明）。これがデータを要約するために使用する統計量である。

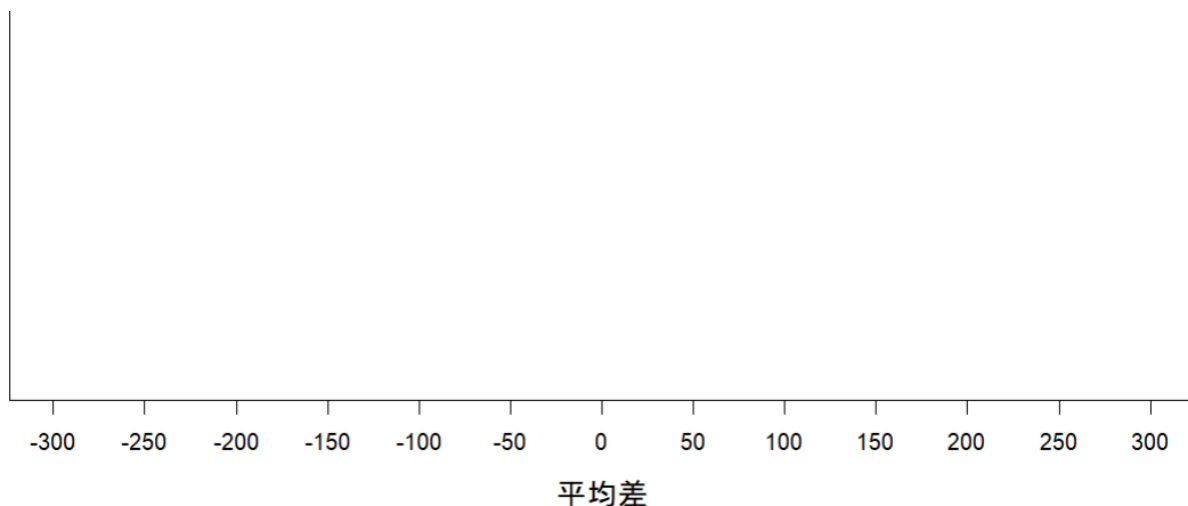
ステップ4：データを越えた推論を導く

帰無仮説は本質的に、平均して2つの溶液の走行距離に差がないことを示すべきである。もしそうであれば、ピンク色の溶液を使ったランナーの距離と、透明の溶液を使った同じランナーの距離を入れ替えても問題にはならない。これが帰無仮説をモデル化して帰無分布を作成する方法である。いくつかの値をランダムに入れ替えるために、公正なコインをひっくり返してみる。コインが表なら、2つの距離を入れ替え、コインが裏なら、距離を入れ替えない。

15. 距離のペアごとにコインを投げる。コインの表が出たら、処置割り付けを切り替える。コインが裏の場合、元の処置割り当てを維持する。距離の差を再計算し、新しいシミュレーション平均差を求める。この値をクラスメートの値と一緒にドットプロットに表示せよ。そして、**#14** の実際の統計値は、この分布のどこに現れたかを確認し、分布の極端にあるかどうかを考えよ。

ワークシート例							
	オリジナル・データ			(表=交換)	シミュレーション・データ		
参加者	ピンク色溶液距離	透明溶液距離	ピンク色－透明	コイン投げ	ピンク色溶液距離	透明溶液距離	ピンク色－透明
1	4105	3483	622	表	3483	4105	-622
2	4361	3862	499	裏	4361	3862	499
3	4105	4172	-67	裏	4105	4172	-67
4	4828	4758	70	表	4758	4828	-70
5	4845	4791	54	表	4791	4845	-54
6	4845	4995	-150	表	4995	4845	150
7	5205	5062	143	裏	5205	5062	143
8	5912	5443	469	裏	5912	5443	469
9	5827	5702	125	表	5702	5827	-125
10	6440	6086	354	表	6086	6440	-354
			平均差 = 211.9				平均差 = -3.1

生徒ワークシート							
	オリジナル・データ			(表=交換)	シミュレーション・データ		
参加者	ピンク色溶液距離	透明溶液距離	ピンク色－透明	コイン投げ	ピンク色溶液距離	透明溶液距離	ピンク色－透明
1	4105	3483	622				
2	4361	3862	499				
3	4105	4172	-67				
4	4828	4758	70				
5	4845	4791	54				
6	4845	4995	-150				
7	5205	5062	143				
8	5912	5443	469				
9	5827	5702	125				
10	6440	6086	354				
			平均差 = 211.9				平均差 =



16. 今クラスでやったことよりも、もっとたくさんのシミュレーションを行う方がより好ましい。そのためにはアプレットを使用する。

- [Matched Pairs アプレット](#)を開く。
- **Run Distance** データがアプレットにすでに入力されているか確認する。入力されていない場合は、**クリア**を押してデータを消去し、プルダウンメニューから **Run Distance** データを選択する。次に**データを使う**を押す。
注：アプレットは各グループの個々の距離をグラフ化し、各グループの平均と標準偏差を出す。
- 最初のグラフの下に、アプレットはデータからの距離の差のドットプロットを生成する。これらの差の値のいくつかは、距離の変化を計算しているため、負の数であることに注意すること。このグラフは、差の平均(\bar{x})と標準偏差(s)も表示している。
- アプレットの情報を使って、以下の表を埋めよ。

	標本平均 (\bar{x})	標本標準偏差 (s)
ピンク色溶液	$\bar{x}_{\text{pink}} =$	$s_{\text{pink}} =$
透明溶液	$\bar{x}_{\text{clear}} =$	$s_{\text{clear}} =$
差 = ピンク色 – 透明	$\bar{x}_d =$	$s_d =$

17. 距離の差の標準偏差(s_d)は、各溶液の色の個々の距離の標準偏差(s_{pink} と s_{clear})と比べて違いはあるかを述べよ。ランナー距離のばらつきという観点から、これが何を意味するか説明せよ。

Matched Pairs アプレット はコイン投げで行ったシミュレーションを実行する。

- シャッフルボックスをチェックし、シャッフルボタンを押す。
- アプレットは距離値のグループ割り当てを決定するためにコイン投げシミュレーションを実行する。シミュレーション完了後、アプレットはシャッフルされたデータを表示する（色は各距離値の元のグループを示すので、各グループに混在しているはずである）。
- シミュレーションの平均差を**平均差グラフ**に追加する。

18. シミュレーションした平均差の値を求めよ。元データとの平均差は、シミュレーションした平均差よりも極端であるかどうかを述べよ。

19. シャッフルの回数を 99 回に増やし（シャッフル回に 99 と入力）、合計 100 回のシャッフルを行う。アニメーションのチェックを外し、シャッフルボタンを押す。アプレットが作成した平均差グラフを調べてみる。

a. このグラフのドットのプロット数はいくつか？

b. それぞれのドットは何を表しているか？

下の表は、シミュレーションの主な点をまとめたものである：

帰無仮説	=	母集団の平均距離差は 0
1 回のシャッフル	=	各ランナーの距離に対するグループのランダム割り当て
統計量	=	標本の平均距離差

20. 距離のグループ割り当てが入れ替わったと仮定して、標本平均の差の長期的なパターンをよりよく理解する。そのために、シャッフルの回数を 900 回に増やし（シャッフル回に 900 と入力）、合計 1000 回のシャッフルを行う。シャッフルボタンを押して、1000 回の繰り返しに基づく平均差の更新されたグラフを、以下の a～c の特徴に関して記述せよ。

a. グラフはどのような形といえるか、述べよ。

- b. このグラフの中心は大体どの値あるか述べよ。また、このように予想した理由を説明せよ。
- c. このグラフは標準偏差の値も示している。この値を報告せよ。また、この値の簡単な解釈を述べよ。

21. 帰無仮説が真であると仮定して、2つの解の距離の平均差を 1,000 回シミュレーションした。#14 で報告された研究で観測された平均差は、このシミュレーションで得られた値と比較してどう違うか述べよ。ピンク色の溶液を使ったランナーの距離と透明の溶液を使ったランナーの距離が平均して同じである場合、実際の研究で観察されたような距離の平均差は偶然だけでは起こらないといえるか。判断した結果を述べるだけでなく、そのように判断した理由も説明せよ。

帰無仮説に対する証拠の強さを定量化するために、p-値を求める。

- [Matched Pairs アプレット](#)に戻る。
- 観察された平均差（#14 で報告されたもの）を入力し、シャッフルを数えるの横で適切な対立仮説を選び（ヒント：対立仮説の方向は？）、数えるを押す。

22. 出力に基づくおおよその p-値は何か、述べよ。

23. あるいは、標準化された統計量を用いて証拠の強さを要約することもできる。

標準化された統計量を見つけよ。そして、標準化された統計量を用いて、p-値から得られる証拠の強さが標準化された統計量とほぼ同じであることを確認せよ。（注：標準化された統計量とは、観測された統計量が帰無分布の理論平均からどれだけ離れているかを標準偏差で示した量である。）

24. 2SD 法を用いて、ピンク色の溶液と透明の溶液の間の距離の平均差の 95%信頼区間を近似できる。2SD 区間の公式の全体的な構造は次の通り：

$$\text{推定値} \pm 2(\text{SD})$$

ここで、推定値は距離の差の標本平均で、SD はアプレットで 1,000 回繰り返したときの帰無分布の標準偏差である。(元データからの標準偏差ではない。) これらの数値を使って、ピンク色の溶液と透明の溶液の距離の差の平均のおおよその 95%信頼区間を求めよ。

ステップ 5：結論の策定

25. #22 で得られた p -値を使って、問題の文脈における結論を述べよ。また、統計的有意性について言及せよ。ピンク色の溶液ですすいだ場合と透明な溶液ですすいだ場合とで、平均走行距離に差があることを示す強い証拠があると結論づけることができるか、できないかを判断せよ。また、そのように判断した理由を述べよ。今回の研究ではピンク色の溶液ですすいだ方が透明の溶液ですすいだ方よりも平均走行距離が長いという強い証拠があると結論付けられるか。
26. 今回の研究の結果について、因果関係のある結論を導き出せるかどうか、説明せよ。
27. 今回の研究の結果をどのような集団に一般化すべきと考えるか。
28. #24 の信頼区間の解釈を示せ。この解釈では、この問題の文脈でパラメータを記述すること。

ステップ 6：振り返り、先を見据える

研究者たちは、データのばらつきを抑えるために、すべてのランナーに対して同じような条件を保とうとした。例えば、全員が同じ実験室で同じランニングマシンを使用した。参加者全員が同じ手順でウォームアップし、同じ時間間隔で水洗いをし、同じ時間帯にテストを行った。これらの変数をすべて一定に保つことで、他のどの変数でもなく、溶液の色が 2 つの距離間で観察された違いを引き起こしていることを立証するのに役立つ。

29. 研究者たちの論文の最後の記述の一つは、「今後の研究では、運動する人の洗口液の色、知覚される炭水化物摂取量、心理生理学的結果との関連を明らかにする必要がある」というものである。[注：心理生理学的結果とは、心理的プロセスによって影響を受ける生理的結果のことである。] この論文でまだ示されていないことで、何をすべきだと考えるか、考えを述べよ。

さらに探る

ペアリングを無視し、2つの溶液間の距離が独立した2つの標本から得られたものであるかのようにデータを分析した場合、どのようなになるかを調べてみる。

30. 独立した2つの標本があるかのようにデータを分析する。まず、[Matched Pairs アプレット](#)のデータ・ウィンドウから RunDistance データをコピーして、次に、[Multiple Means アプレット](#)を開く。データを貼り付ける前に、**スタック解除されたデータボックス**をチェックして、データ・ウィンドウの内容を消去し、RunDistance データ集合を貼り付けて、**データを使う**をクリックする。選択された統計量が**平均値の差**であることを確認し、少なくとも 1,000 シャッフルで帰無分布を作成する。

a. アプレットで報告された平均値の差は何か？ これは#22 で報告した [Matched Pairs アプレット](#)の差の平均と比べてどう違うかを説明せよ。

b. この場合の帰無分布の平均と標準偏差を報告せよ。

c. 両側検定で報告されているおおよその p-値を述べよ。

31. 独立標本法を用いて得られた帰無分布からの標準偏差と、[ペアデータ法](#)を用いて得られた帰無分布からの標準偏差を比較せよ。どちらの標準偏差が大きいかを述べよ。

32. 独立標本法を用いて得られた p-値とペアデータ法を用いて得られた p-値を比較せよ。どちらの p-値が小さく、平均値の差がないという帰無仮説に対してより強い証拠を提供すると考えられるか。

注：#32 の結果より、ペアデータ法を用いると、独立標本法よりも p 値が小さくなり、帰無仮説に対するより強い証拠が得られることが多い。なぜなら、ピンク色の溶液を使って他のほとんどのランナーよりも遠くまで走ったランナーは、通常、透明の溶液を使っても遠くまで走るからである。短距離を走るランナーにも同様の結果が起こる。このため、差のばらつきは、個々のデータのばらつきよりも小さくなる。(これは#17 で起ったであろう結果である。)

参考

Brown, Daniel R., et al. Mouth Rinsing with a Pink Non-caloric, Artificially-Sweetened Solution Improves Self-Paced Running Performance and Feelings of Pleasure in Habitually Active Individuals. *Frontiers in Nutrition* 8:217 doi:10.3389/fnut.2021.678105(2021).
<https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fnut.2021.678105>

講義内容は STUB ネットワークのメンバーによって独自に作成されたものです。日本語翻訳チーム：Jimmy Doi, Cal Poly San Luis Obispo (jdoi@calpoly.edu)、橋本三嗣 広島大学附属中・高等学校 (mhashimo@hiroshima-u.ac.jp)、中島康彦 群馬県立前橋高校 (nakajima-yshk@edu-g.gsn.ed.jp)。翻訳に関するご質問は翻訳チームまでお願いします。